



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

# Tecniche di metamodeling nel CAE per l'ottimizzazione multi-obiettivo

Flavia Campanelli

Principi e Metodologie della Progettazione Meccanica  
corso tenuto da F. Campana  
Facoltà di Ingegneria - a.a. 2011-2012

# Tecniche di metamodeling nel CAE per l'ottimizzazione multi-obiettivo

## *Nuovi argomenti...*

- Metamodeling → DACE  
(Design and Analysis of Computer Experiments)
- Ottimizzazione multi-obiettivo → frontiera di Pareto
- Esempio di *Progettazione Orientata alla Sicurezza* mediante simulazione FEM di un urto frontale

## *... in ambiti già noti*

- Strumenti CAE
- DOE e superficie di risposta
- Realizzare la qualità: definizione operativa del requisito sicurezza

# Metamodeling e DACE

## Metamodello: definizione

(noto anche come *modello di previsione*, *modello surrogato* o di *approssimazione globale*)

Sulla base di esperimenti (numerici o reali) si costruisce un modello matematico che fornisce una

**relazione analitica (funzione)**

tra input (variabili di progetto) e output (obiettivo).

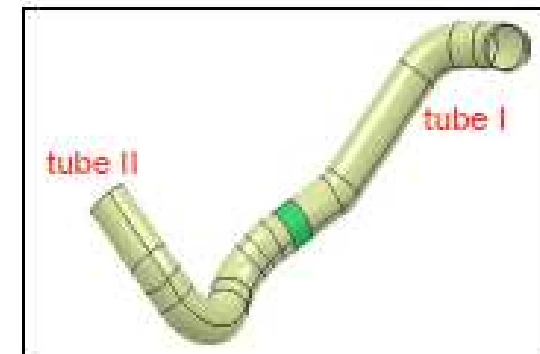
## Metamodello: scopo

In questo modo il metamodello fornisce **predizioni** sugli output per combinazioni di input non osservate direttamente e può dunque essere impiegato per successive analisi con notevole riduzione dei tempi di elaborazione.

# Metamodeling e DACE

Un esempio di metamodello è già stato presentato nel [pdf](#)  
[Sup. di Risposta es. applicativo](#)

	<i>run</i>	<i>t (mm)</i>	<i>D/t</i>	<i>R/D</i>	<i>Angle (°)</i>	<i>Final thickness</i>
Fractional Factorial Design $2^{(4+1)}$	1	1.0	29.0	1.10	64.0	0.80
	2	1.0	29.0	1.80	151.0	0.88
	3	1.0	36.0	1.10	151.0	0.72
	4	1.0	36.0	1.80	64.0	0.85
	5	2.0	29.0	1.10	151.0	1.45
	6	2.0	29.0	1.80	64.0	1.70
	7	2.0	36.0	1.10	64.0	1.52
	8	2.0	36.0	1.80	151.0	1.69
Central P.	9	1.5	32.5	1.45	107.5	1.21
Star Points	10	1.5	22.0	1.45	107.5	1.22
	11	1.5	43.0	1.45	107.5	1.21
	12	1.5	32.5	0.90	107.5	0.97
	13	1.5	32.5	2.00	107.5	1.28
	14	1.5	32.5	1.45	35.0	1.31
	15	1.5	32.5	1.45	180	1.20



Variables		min value	max value
Tube thickness (mm)	<i>t</i>	0.8	3.0
Tube diameter (mm)	<i>D</i>	28	80
Bending radius (mm)	<i>R</i>	28	200
Bending angle (deg.)	<i>ang</i>	35°	180°
<i>Technological constraints</i>	R/D	0.9	2
	D/t	15	50



$$\text{Final thickness} = 0.145 - 0.275 \cdot 1 / (R/D)^2 + 0.807 \cdot t$$

AISI321 not annealed

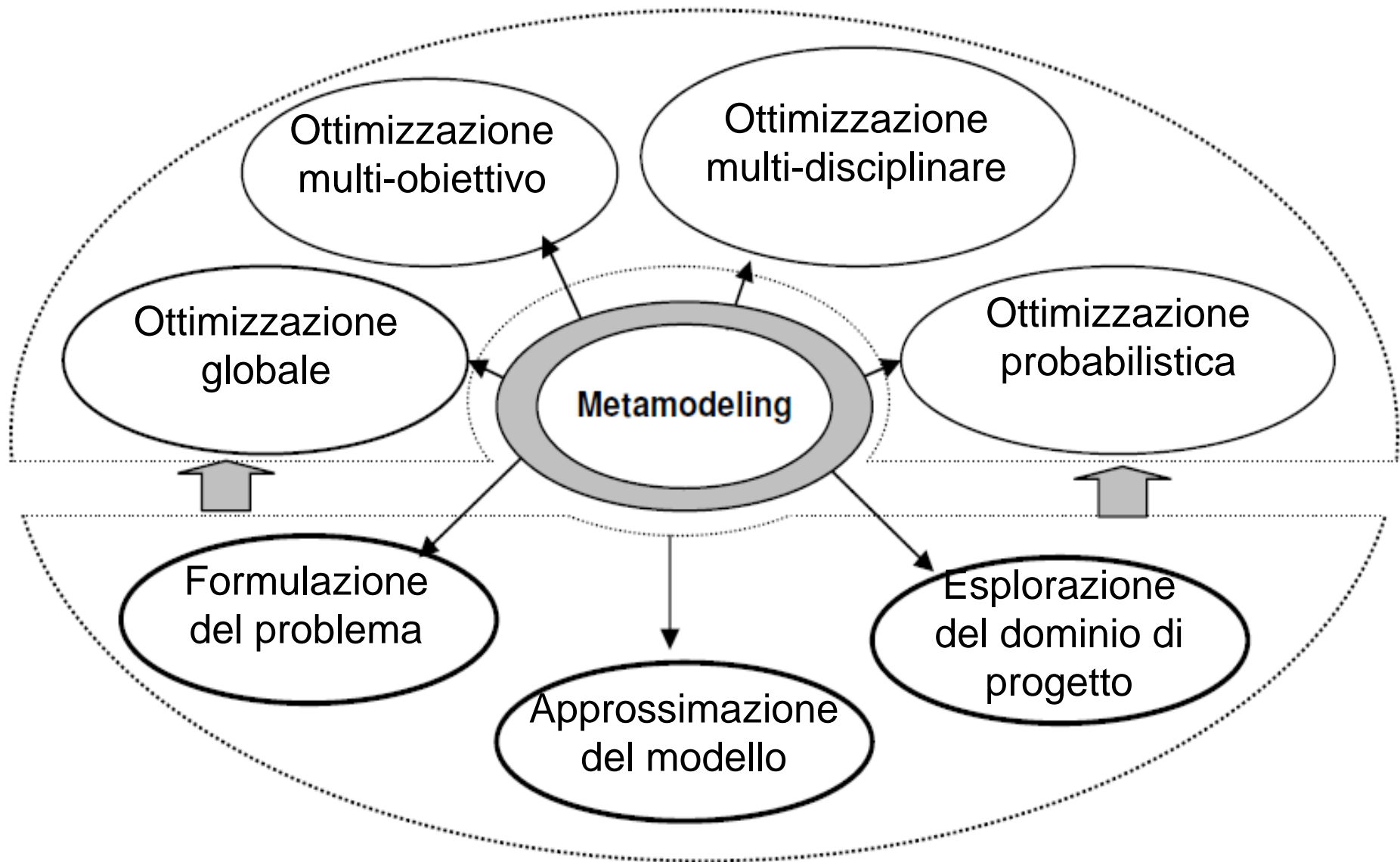
$$\text{Final thickness} = 0.162 - 0.297 \cdot 1 / (R/D)^2 + 0.769 \cdot t$$

AISI321 annealed

Questa **superficie di risposta** è un **metamodello polinomiale**.  
 La **regressione** è la **tecnica di metamodeling** per determinarlo.

# Metamodeling e DACE

## Metamodello : campi di applicazione



# Metamodeling e DACE

## Metamodello : step di costruzione

1. Definizione del problema
  - Scelta degli output
  - Analisi e scelta degli input e dei relativi intervalli di variazione
2. Scelta del piano di prova (DOE)
3. Esecuzione delle simulazioni
4. Elaborazione con tecniche di fitting
5. Convalida (esecuzione di simulazioni in punti supplementari, test statistici)

*Passi analoghi a quanto già visto  
nell'ambito del DOE con superficie di  
risposta*

# Metamodeling e DACE

## *Perché il DACE?*

Sostituendo l'esperimento reale con la simulazione numerica vengono meno le ipotesi statistiche sulla natura della funzione obiettivo. Ovvero la risposta non è più soggetta a rumore casuale con media nulla.

La generazione di metamodelli tramite regressione non è più formalmente valida.

E' stato quindi introdotto il DACE.

# Metamodeling e DACE

## Perché il DACE?

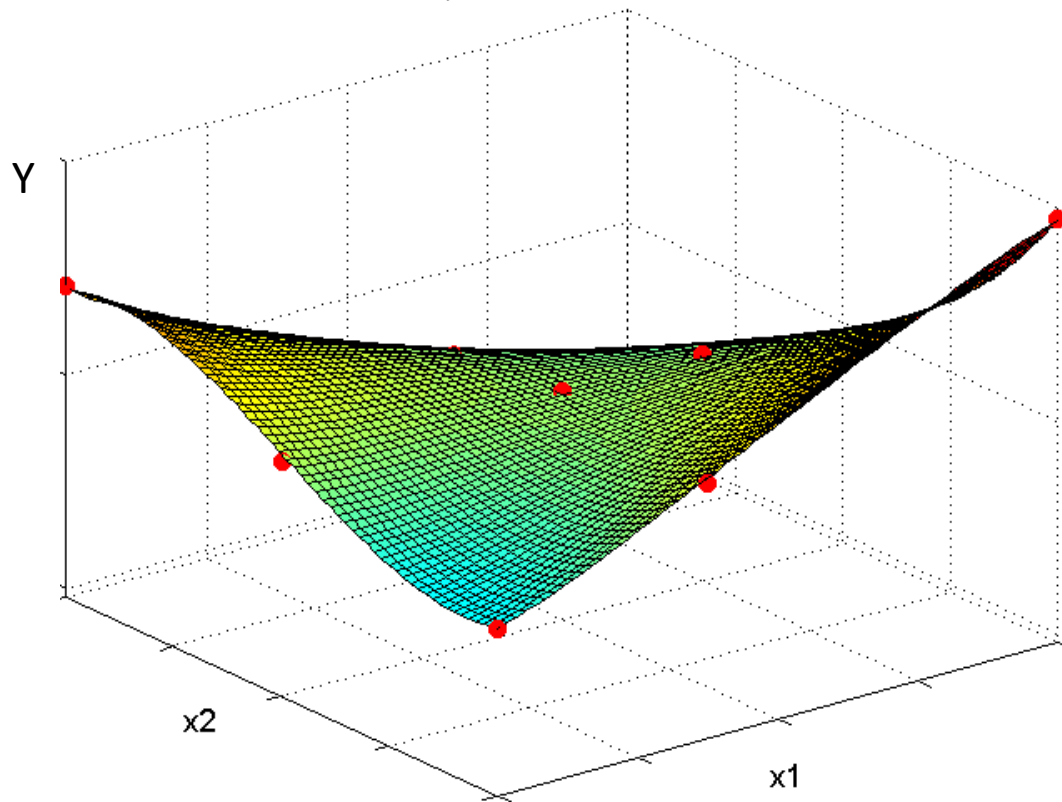
$m$  osservazioni

$$Y_i \quad i = 1 \dots m$$

$$\underline{x}^i = [x_1 \quad \dots \quad x_n]^T_i$$

Metamodeling

$$y(\underline{x}) = F(\underline{x}) + \varepsilon_{bias} + \varepsilon_{random}$$



$F(\underline{x})$  Metamodello

$\varepsilon_{bias}$  Errore di approssimazione del metamodello

$\varepsilon_{random}$  Errore di misura



# Metamodeling e DACE

## Perché il DACE?

$$y(\underline{x}) = F(\underline{x}) + \varepsilon_{bias} + \varepsilon_{random}$$

**I. Le simulazioni numeriche danno output deterministici:**

$$\varepsilon_{random} = 0$$

$$y(\underline{x}) = F(\underline{x}) + \varepsilon_{bias}$$

**II. Se la simulazione è precisa negli  $m$  punti osservati è nota la risposta esatta:**

$$\varepsilon_{bias} = 0$$

$$Y_i = F(\underline{x}_i) \quad i = 1, \dots, m$$

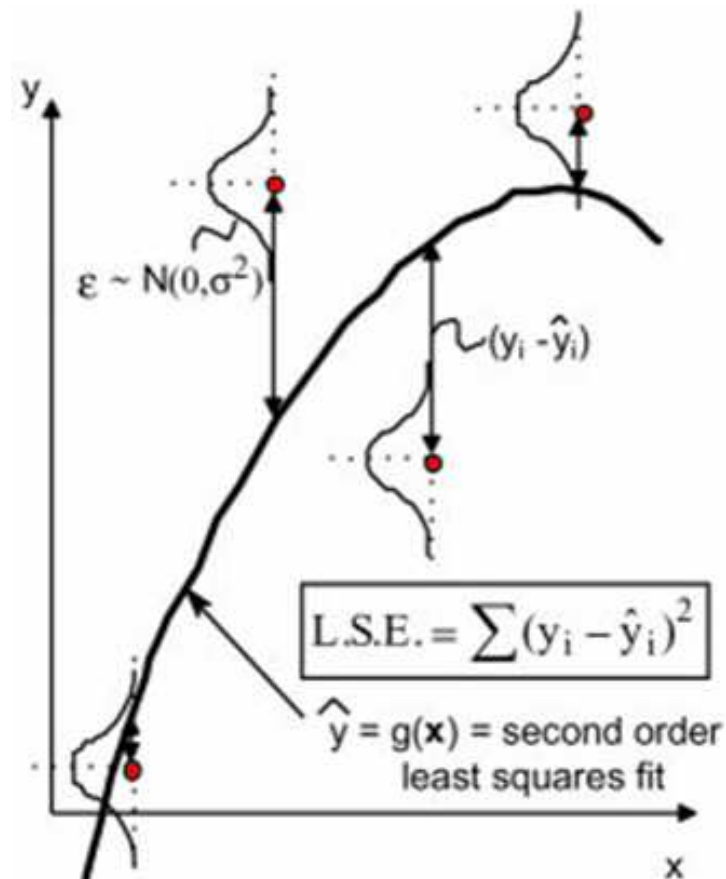


Per output deterministici il metamodello dovrebbe interpolare i punti osservati.

# Metamodeling e DACE

## Perché il DACE?

Visualizzazione grafica di un modello di regressione per  $y$  sperimentale – quindi non deterministica



# Metamodeling e DACE

## *Perché il DACE?*

La superficie di risposta può essere un polinomio interpolatore se  $m$  è uguale al numero dei coefficienti di regressione ( $p$ )

In caso di elevato numero di variabili con possibili interazioni reciproche  $m$  è maggiore di  $p$

Per rendere interpolante il metamodello  $p$  deve crescere aumentando il rischio di oscillazioni (fenomeno di Runge – *come accadeva per le curve di Bezier*)

Con superfici di risposta polinomiali la descrizione di problemi altamente non lineari e con un elevato numero di variabili è poco accurata

# Metamodeling e DACE

## DACE: definizione

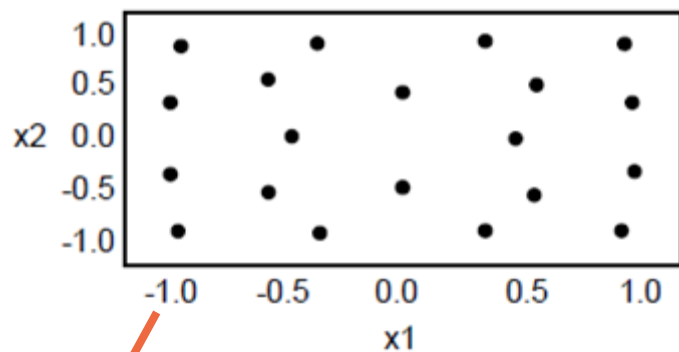
“Design and Analysis of Computer Experiments”

Insieme di tecniche di metamodeling (*campionamento DOE + procedura di fitting*) per output deterministici

- Tecniche di campionamento: space filling → Latin Hypercube

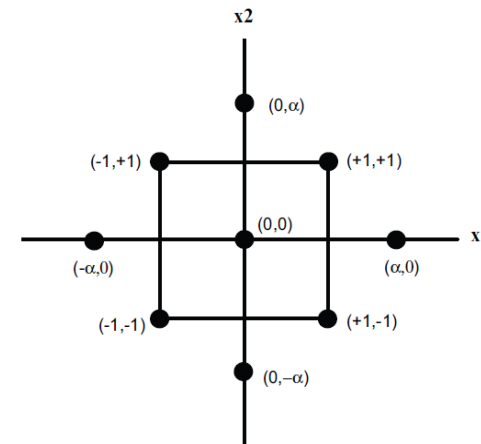
DOE “space filling”

necessità di coprire uniformemente lo spazio di progetto anche per descrivere meglio le nonlinearità



Le variabili sono campionate su più di tre livelli!

DOE classici



*I concetti di blocking, replicazione, e casualizzazione dei piani DOE classici nel DACE non sono più rilevanti*

# Metamodeling e DACE

- Le procedure di fitting sono funzione del tipo di metamodello

Per ottenere metamodelli interpolanti, accurati per nonlinearità e per problemi ad alto numero di variabili → **Kriging**

## DACE: metamodello Kriging

Combinazione di due termini:

Uno di regressione classica (di tipo costante, lineare o quadratica...) che descrive landamento globale dell'output in funzione delle variabili.

$$\hat{y} = \sum_{j=1}^k \beta_j f_j(x) + Z(x)$$

L'altro è una funzione probabilistica che gestisce le deviazioni locali.

$Z(x)$  esprime la correlazione spaziale tra le variabili, ovvero l'interazione tra le variabili, secondo funzioni del tipo esponenziale della forma:

$$\Psi = \text{corr}[x^{(i)}; x] = \exp\left(-\sum_{j=1}^n \theta_j |x_j^{(i)} - x_j|^{p_j}\right)$$

# Metamodeling e DACE

## DACE: Superficie di risposta polinomiale vs. Kriging

<b>Metamodello</b>	<b>Caratteristiche/Usi appropriati</b>
Superfici di risposta polinomiale	<ul style="list-style-type: none"><li>• Metodologia ben consolidata</li><li>• Semplice da usare</li><li>• Formulazione esplicita</li><li>• Appropriato in presenza di errore random</li><li>• Accurato in applicazioni con poche variabili (&lt;10)</li><li>• Poco accurato in presenza di forti non linearità</li></ul>
Kriging	<ul style="list-style-type: none"><li>• Estremamente flessibile</li><li>• Costruzione complessa</li><li>• Appropriato per applicazioni deterministiche</li><li>• Accurato in applicazioni con numerose variabili (&lt;50)</li><li>• Gestisce bene forti non linearità</li></ul>

# Metamodeling e DACE

Metamodelli	Tecniche di metamodeling
- Polinomiali (lineari, quadratici...)	-Regressione ai minimi quadrati (pesati)
-Splines (lineari, cubiche, NURBS)	-Best Linear Unbiased Predictor (BLUP)
- Kriging	-Best Linear Predictor
-Funzioni Radial Basis (RBF)	-Log-likelihood
-Reti neurali artificiali (ANN)	-Back propagation (per ANN)
-Knowledge Base or Decision Tree	- Entropy (per apprendimento induttivo)

## Metamodeling e DACE

A seguire si illustra un esempio di metamodeling attraverso l'uso del Kriging applicato ad un problema di Progettazione per la Sicurezza in caso di urto frontale.

Attraverso il calcolo FEM di tipo esplicito (codice LS-DYNA) si simula l'urto frontale di un manichino trattenuto da una cintura di sicurezza.

Il metamodeling viene applicato per valutare gli effetti dell'elasticità della cintura, della velocità iniziale di impatto e delle condizioni di accelerazione sulle configurazioni assunte dal manichino.



# Dalla sperimentazione alla simulazione

Interazione tra il passeggero e il sistema sedile/cintura di sicurezza



Moto del veicolo → piattaforma mobile strumentata

- Profilo di decelerazione
- Velocità iniziale

Passeggero → Hybrid III Male Dummy strumentato con:

- accelerometri
- celle di carico
- trasduttori di spostamento

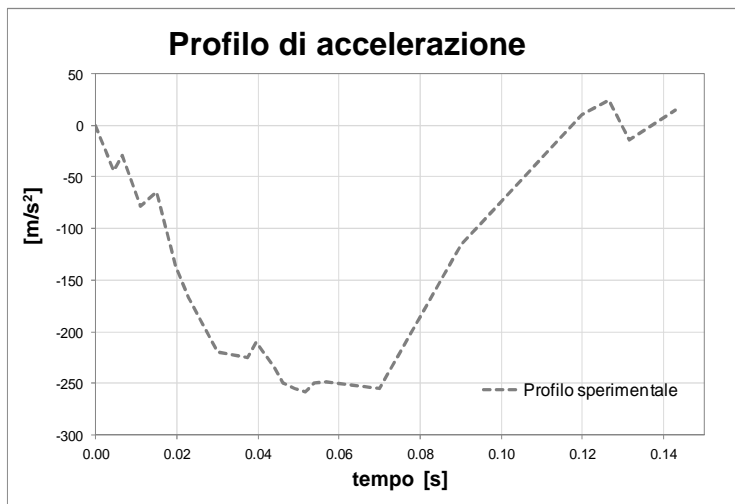
Output sperimentali:

- Accelerazioni di punti critici (testa, torace)
- Spostamenti degli arti

*Queste grandezze sono correlate alla severità del danno*

*European New Car Assessment Programme:*

<http://it.euroncap.com/it/home.aspx>



# Dalla sperimentazione alla simulazione

Interazione tra il passeggero e il sistema sedile/cintura di sicurezza

Prove di laboratorio con manichini dispendiose

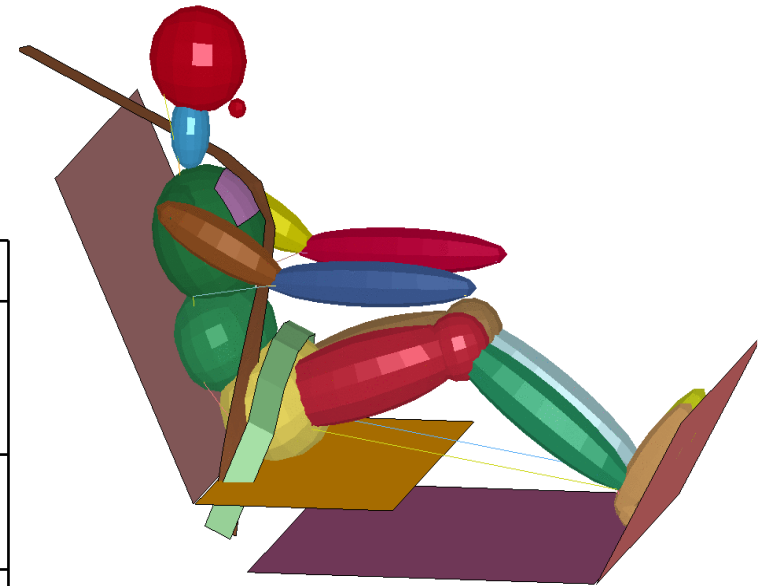


Simulazioni numeriche con manichini virtuali



Il modello agli elementi finiti:

	<b>Parte</b>	<b>Elemento</b>	<b>Materiale</b>	<b>Connessioni</b>
Passeggero	Testa Collo Tronco Arti	Shell	Rigido	Giunti sferici Contatto
	"Muscoli" (elasticità e smorzamento relativo)	Beam	Visco-elastico	Cerniere cilindriche
Sedile	Seduta Schienale Base	Shell	Rigido	Guida prismatica Contatto
Cintura di sicurezza	Cinghia diagonale e sub-addominale	Shell	Elastico isotropo	Incastro Contatto



# Per approfondimenti

- Sul modello usato per la simulazione:

<http://www.dynaexamples.com/examples-manual/meterial/spring>

- *Sulla teoria dei codici FEM espliciti e le annesse problematiche di modellazione:*

*Schweizerhof K, Nilsson L, Hallquist JO. Crashworthiness analysis in the automotive industry. International Journal of Computer Applications in Technology 1992; 5(2-4):134-156.*



- Sull'uso di indicatori di danno (tipo HIC) nel crash:

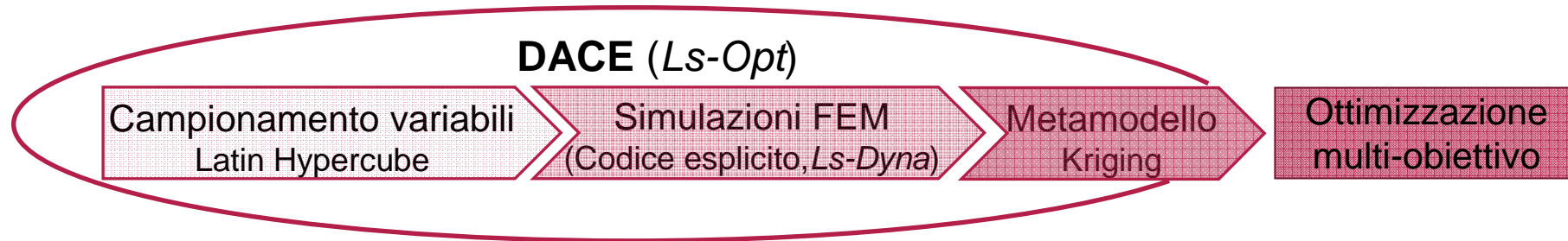
*RTO HFM Specialists' Meeting on "Models for Aircrew Safety Assessment: Uses, Limitations and Requirements", held in Ohio, USA, 26-28 October 1998, and published in RTO MP-20*



# Definizione del problema

Definizione del problema :studio della “sicurezza” del passeggero al variare delle condizioni di impatto e della rigidità della cintura.

Scelta degli strumenti di indagine: problema dinamico altamente nonlineare, output deterministico (simulazioni)



Chiarimento del compito: codifica operativa dell’obiettivo e delle variabili in gioco

**Output** → sicurezza in termini di eventualità e severità dei traumi riportabili

1. Capacità della cintura di vincolare il passeggero, in termini di spostamento massimo relativo del bacino rispetto al sedile:  $U_{bacino}$
2. Parametro standardizzato: **HIC** (*Head Injury Criterion*)

$$HIC = \max_{(t_2 > t_1)} \left[ \left[ \frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} a_h(\tau) d\tau \right]^{2.5} (t_2 - t_1) \right]$$

# Simulazione di un impatto frontale

Chiarimento del compito: codifica operativa dell'obiettivo e delle variabili in gioco

## Variabili

- Entità della decelerazione in termini di fattore di scala sul profilo:
- Velocità iniziale:
- Rigidezza della cintura: a parità di geometria, variazione del materiale:

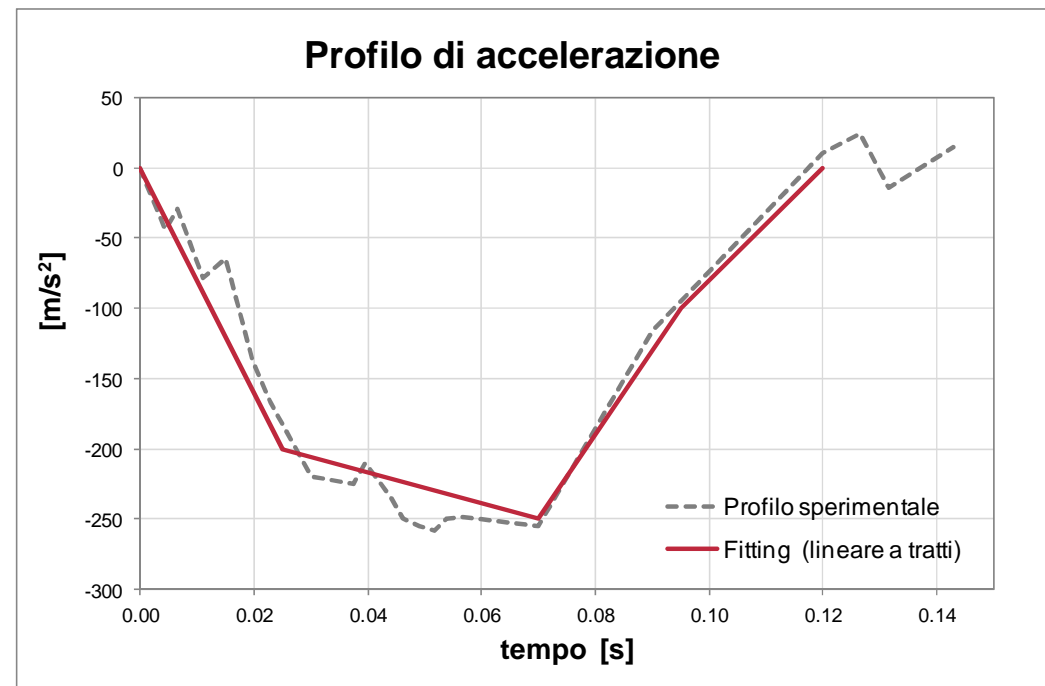
$sf$

$v_i$

$E_{\text{belt}}$

Range di variazione:

	Limite inferiore	Limite superiore
$sf$	0.95	1.05
$v_i$ [m/s]	14	18
$E_{\text{belt}}$ [MPa]	350	450



# Simulazione di un impatto frontale

Impostazione dell'analisi:

Campionamento: Latin Hypercube, 32 osservazioni  $\leftrightarrow$  32 run di *Ls-Dyna*  
(gestiti direttamente da *Ls-OPT*)

Metamodello: Kriging

*Termine regressivo: lineare*

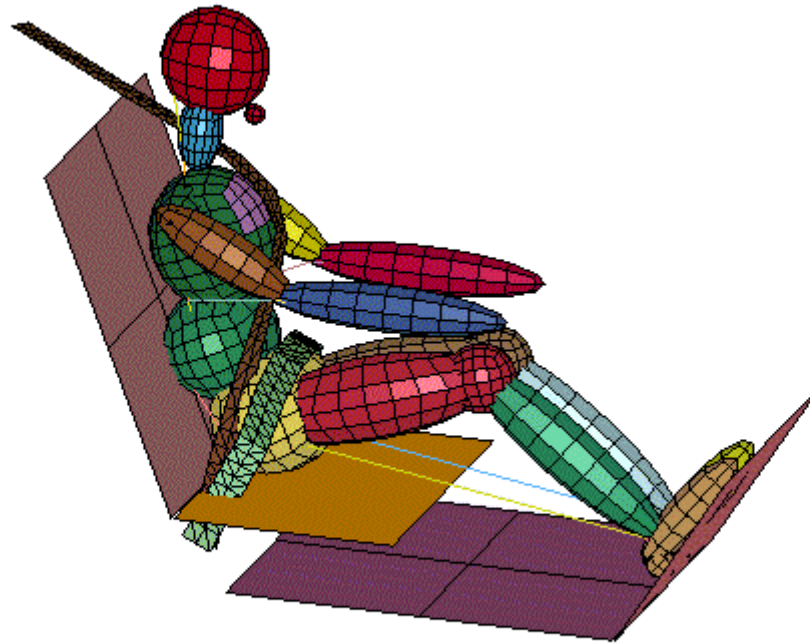
*Termine probabilistico: funzione di correlazione esponenziale*

Inserimento  
di risposte

**RUN**

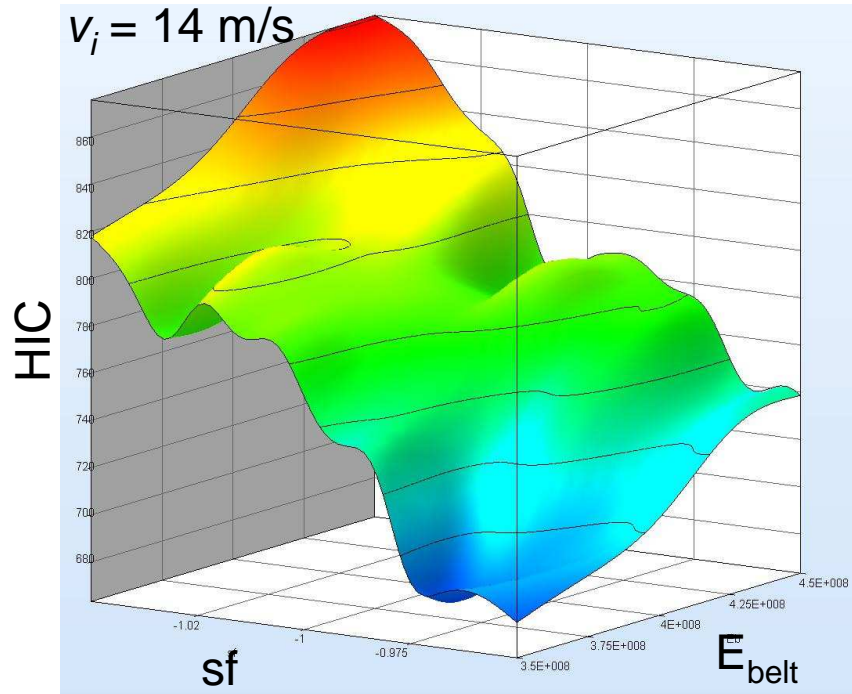
Tempo di simulazione: 55 s  
Tempo di metamodeling: 20 s

Belted Dummy  
Time = 0



# Simulazione di un impatto frontale

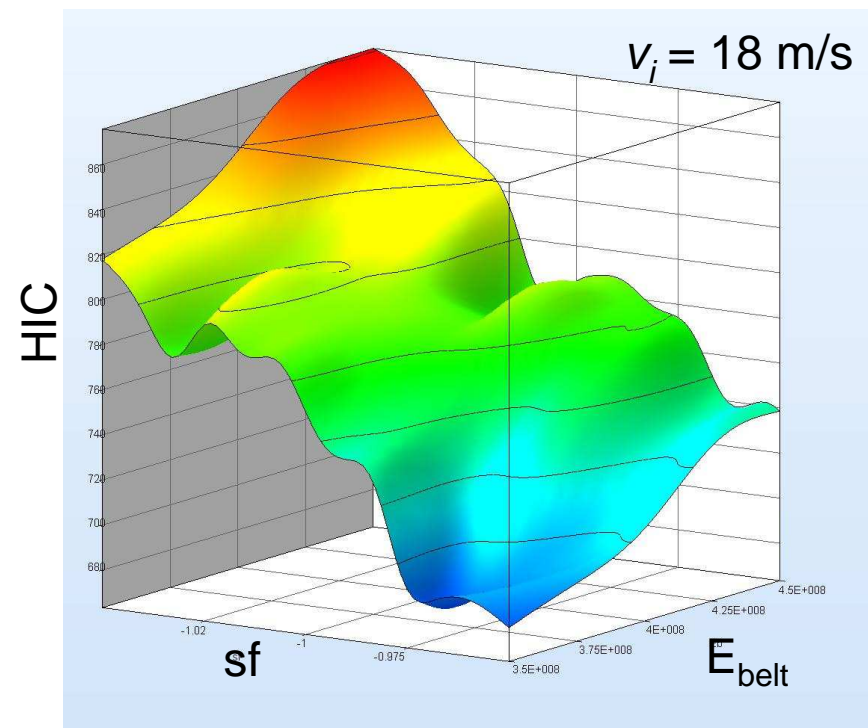
Analisi dei risultati: Kriging per l'output HIC



Effetto di  $v_i$  trascurabile

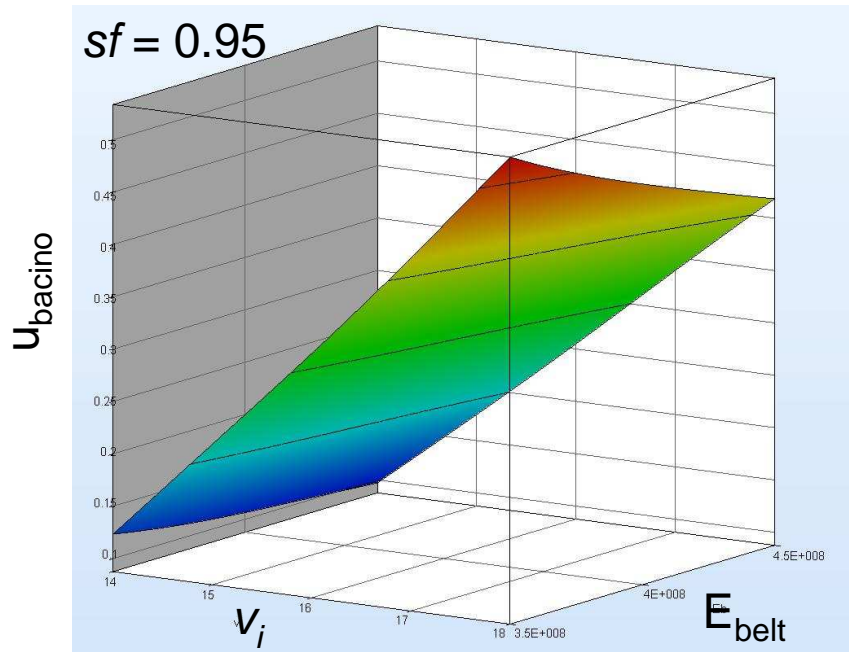
$HIC$  aumenta con  $E_{belt}$  :  
Cintura rigida  $\rightarrow$  decelerazione brusca

$HIC$  aumenta con  $sf$  :  
Condizioni di impatto più gravose



# Simulazione di un impatto frontale

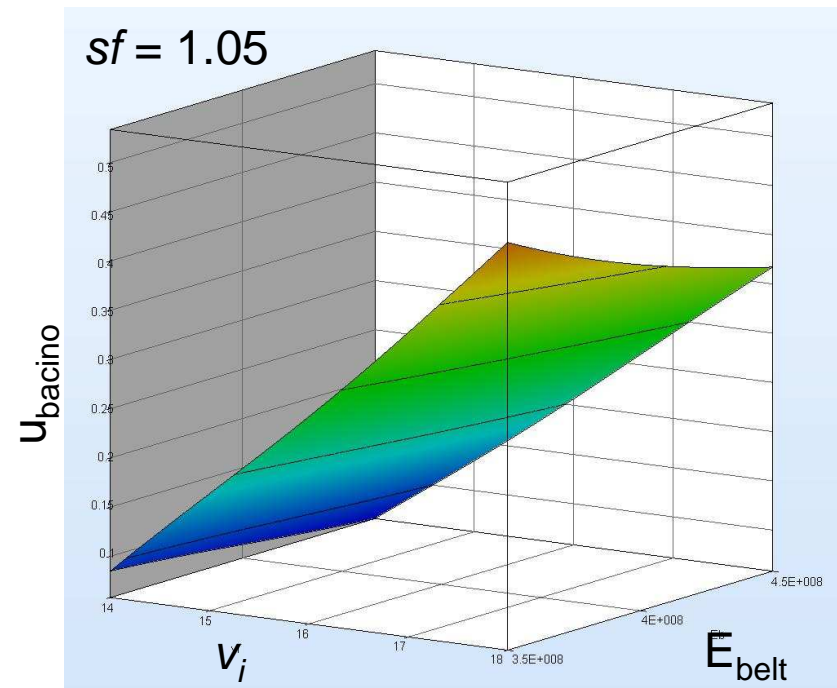
Analisi dei risultati: Kriging per l'output  $u_{\text{bacino}}$



$u_{\text{bacino}}$  aumenta con  $v_i$ :  
per la ragione precedente.

Effetto di  $sf$  trascurabile

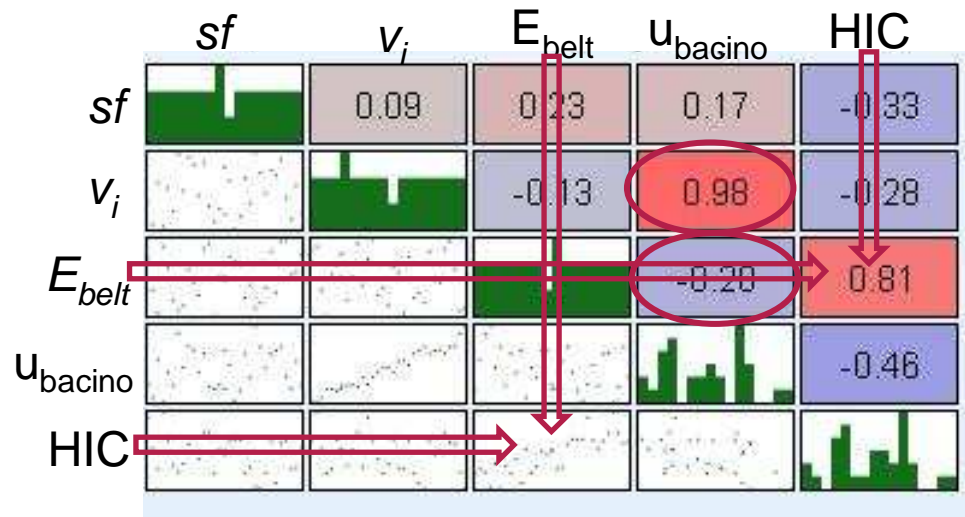
$u_{\text{bacino}}$  si riduce al crescere di  $E_{\text{belt}}$ :  
Cintura rigida  $\rightarrow$  bacino più trattenuto  
Tuttavia l'effetto è modesto: il bacino tende  
a scivolare sul sedile!



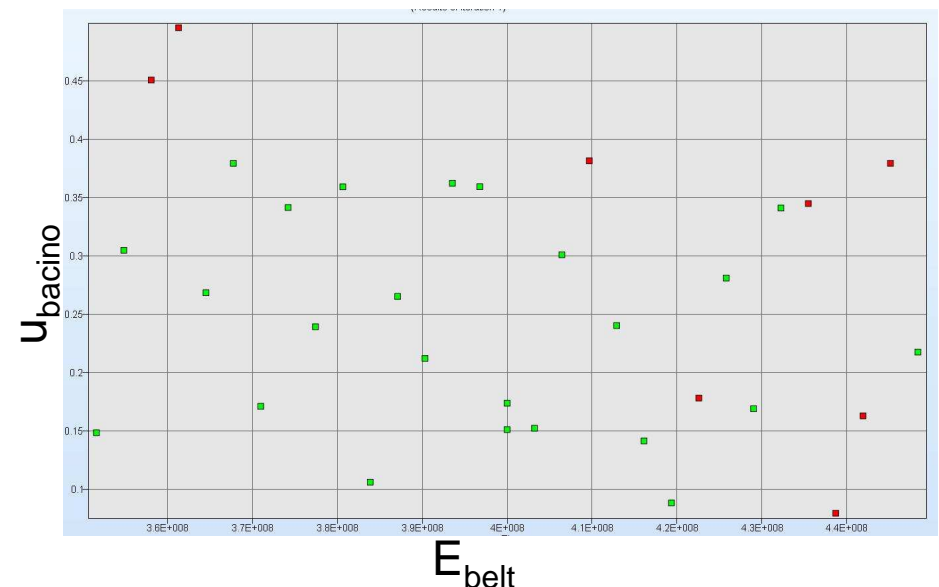
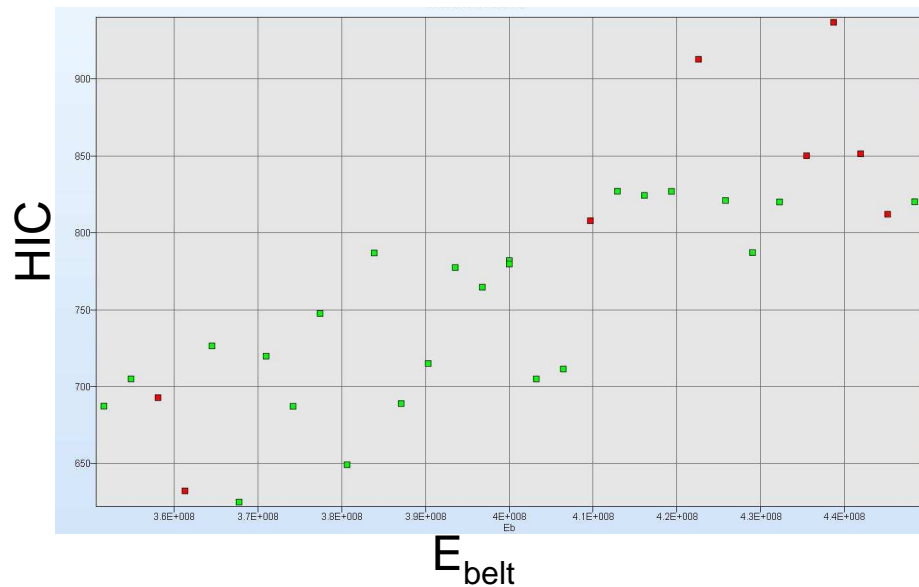
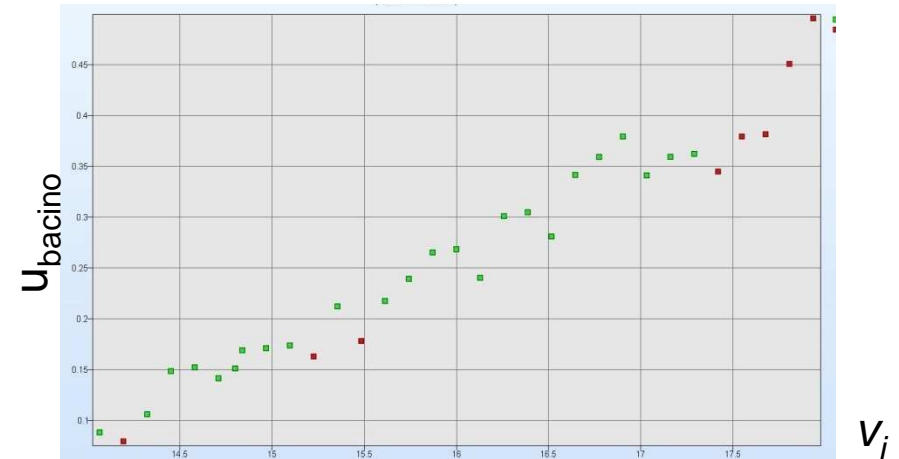


# Simulazione di un impatto frontale

Analisi dei risultati: matrice di correlazione



Scatter plot (punti osservati)  
Coefficiente di correlazione



# Ottimizzazione multi-obiettivo

Obiettivi in conflitto tra loro, ricerca del *trade-off* (compromesso)

Ricerca del vettore  $\underline{x}^* = [x_1^*, x_2^* \dots x_n^*]^T$  tale che

$$\min F(\underline{x}^*) = [f_1(\underline{x}^*), f_2(\underline{x}^*), \dots, f_m(\underline{x}^*)]$$

con  $g_i(\underline{x}^*) \geq 0 \quad i = 1 \dots r$  (vincoli)

$x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)} \quad i = 1 \dots n$  (limiti inferiore e superiore delle variabili di decisione)

Per il caso in esame:

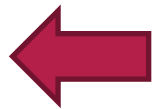
Ricerca di  $E_{belt}^*$  che, al variare delle condizioni di impatto, dia

$$\min [HIC, u_{bacino}]$$

con  $HIC \leq 850$  ;

$$u_{ginocchio} \leq 0,25 \text{ m}$$

$$350 \text{ MPa} \leq E_{belt} \leq 450 \text{ MPa}$$



**Vincoli** : Normative di sicurezza  
(Direttiva Europea 96/79)

# Ottimizzazione multi-obiettivo

## Frontiera di Pareto e algoritmi genetici

Definizione di Ottimo secondo Pareto

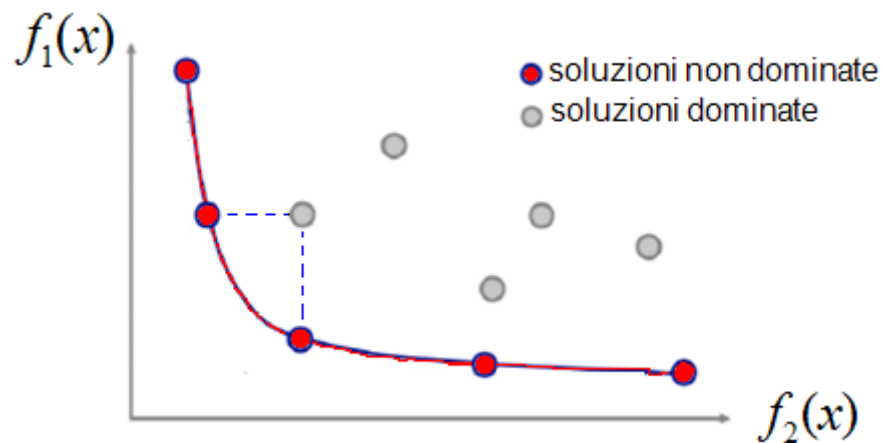
Un vettore di variabili di progetto  $\underline{x}^* \in D$  (regione delle soluzioni fattibili)

è un ottimo secondo Pareto se  $\nexists \underline{x} \in D$  ( $\underline{x} \neq \underline{x}^*$ ) tale che

$f_i(\underline{x}) \leq f_i(\underline{x}^*) \quad \forall i=1..m$  e  $f_j(\underline{x}) < f_j(\underline{x}^*)$  per almeno un  $j$

➡ Set di soluzioni ottime secondo Pareto (anche dette soluzioni non dominate)

### FRONTIERA DI PARETO



### ALGORITMI GENETICI

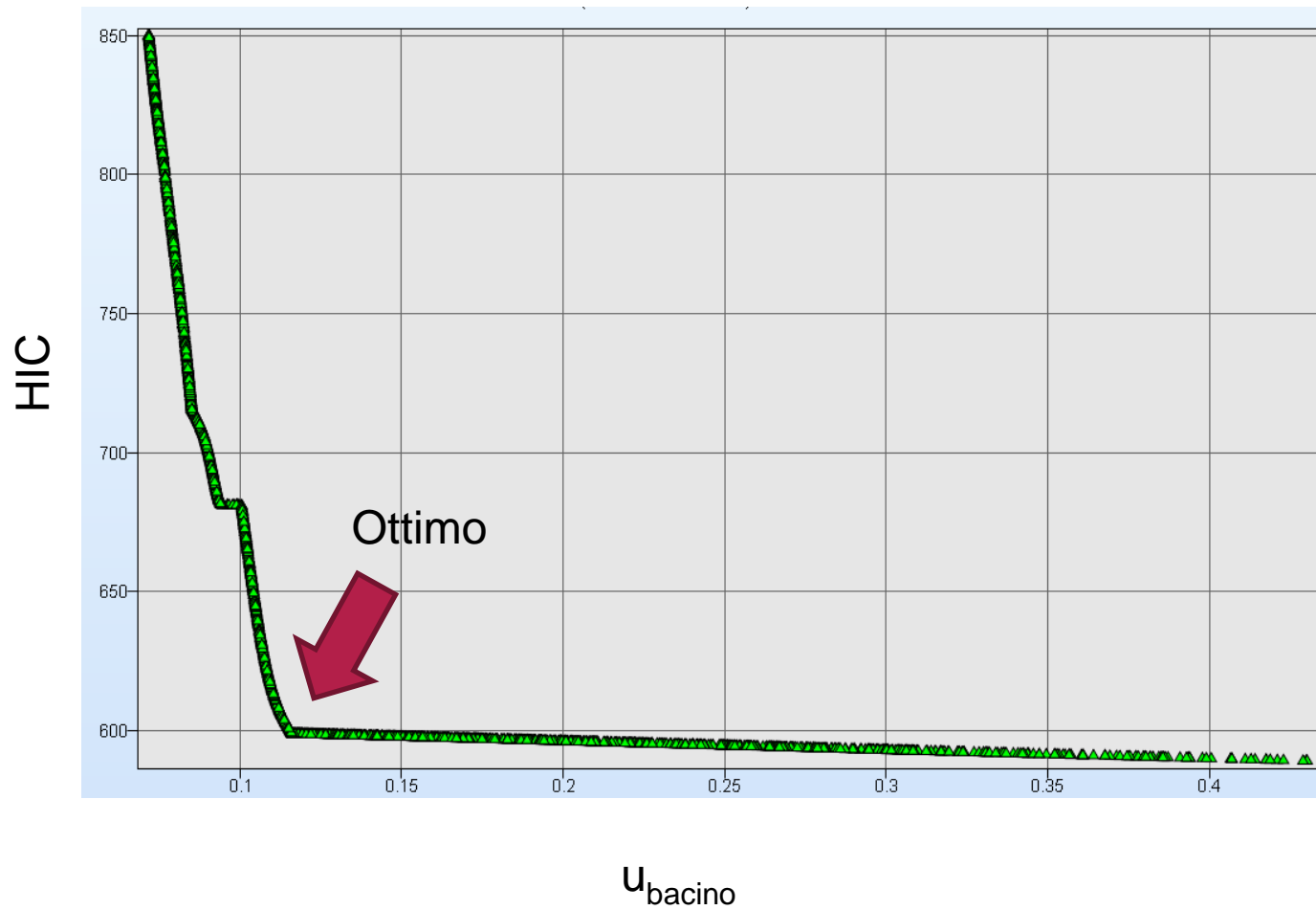
Riproducono il processo evolutivo.

Popolazione di cromosomi (individui) = soluzioni possibili del problema.

Partendo da una popolazione iniziale, prodotte nuove generazioni che contengono individui migliori delle precedenti: l'algoritmo evolve verso l'ottimo globale della funzione di qualità.

# Simulazione di un impatto frontale

Frontiera di Pareto per il problema in esame:



$$E_{belt}^* = 366 \text{ MPa}$$

$$HIC^* = 591$$

(-24%)

$$u_{bacino}^* = 0,12 \text{ m}$$

(-21%)